УДК 336.763

УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ ФЬЮЧЕРСНЫМИ КОНТРАКТАМИ

А.К. КЕРИМОВ[1], Ю.Ф. КАСИМОВ[2]
[1]Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы, г. Москва, Россия
[2]Финансовый университет при Правительстве РФ, г. Москва, Россия

Рассмотрена задача динамического управления риском инвестиционного портфеля с использованием фьючерсных контрактов. Управление основано на понятии эффективного портфеля, содержащего помимо базовых активов фьючерсные контракты на них. Эффективные портфели определяются как портфели минимальной дисперсии с ожидаемым доходом не ниже заданного. Динамическое управление портфеля предполагает выбор эффективного портфеля на каждом шаге, исходя из прогнозов изменений цен и их стандартных отклонений. Риск портфеля оценивается вероятностью потери определенной части стоимости портфеля. Управляющими параметрами является число фьючерсных контрактов по каждому активу портфеля, которое определяется из условия эффективности портфеля и приемлемости риска на каждом шаге.

В работе приводятся эффективные стратегии адаптивного управления риском портфеля с учетом ожидаемого дохода и проведен их сравнительный анализ на конкретном примере. Сущность предлагаемого подхода является выделение кластеров волатильности изменения цен на горизонте инвестирования и адаптивная оценка корреляционных связей между изменениями цен активов.

Ключевые слова: волатильность, экспоненциальное сглаживание, фьючерсные контракты, эффективные неоднородные портфели, управление риском.

ВВЕДЕНИЕ

Страхование инвестиционного портфеля фьючерсными контрактами основано на сильной положительной корреляции между изменениями цены спот и фьючерсной цены на заданный актив. Основным вопросом страхования актива является оценка необходимого числа фьючерсных контрактов для страхования открытой позиции. Традиционный способ оценки оптимального числа фьючерсных контрактов основан на учете только дисперсии неоднородного портфеля, то есть портфеля, содержащего помимо базовых активов фьючерсные контракты на них [1, 2], и не учитывает корреляции между активами портфеля. При этом такой важный показатель портфеля, как ожидаемый доход, а также возможные ограничения на число фьючерсных контрактов не принимаются во внимание. Тем самым не учитывается возможность получения дополнительных прибылей за счет использования деривативов. Далее, временные ряды изменений спот-цен и фьючерс-цен не обладают необходимой однородностью по среднему уровню и дисперсии, которая неявно предполагается в классическом подходе.

В работе рассматривается задача динамического страхования позиций фьючерсными контрактами на основе эффективных неоднородных портфелей [3]. Эффективные портфели определяются как портфели минимальной дисперсии с ожидаемым доходом не ниже заданного. Динамическое управление портфеля предполагает выбор при определении эффективного портфеля такого уровня ожидаемого дохода, что вероятность определенной доли потерь на каждом шаге была бы минимальной или не выше заданного уровня. Управляющим параметром при этом является число фьючерсных контрактов по каждому базовому активу портфеля.

Этот подход предполагает коррекцию прогнозов ожидаемого дохода и его дисперсии по активам портфеля по мере поступления данных. Дело в том, что для финансовых временных рядов характерна кластеризация волатильности, то есть доходности (относительные или абсолютные изменения цен) имеют тенденцию сохранять высокую или низкую амплитуду колебаний в течение некоторых промежутков времени, в результате чего образуются кластеры – периоды высокой или низкой волатильности. Это приводит к неадекватной оценке коэффициента хеджирования при использовании классического метода. Далее, существенным является адаптивная оценка корреляционных связей между изменениями цен активов, поскольку степень корреляционной связи между активами тоже меняется во времени. Например, корреляция изменений фьючерсных и спотовых цен значимо усиливается по мере приближения к моменту исполнения контрактов. Эффективность предлагаемого подхода иллюстрируется на конкретном примере.

НЕОДНОРОДНЫЕ ПОРТФЕЛИ

Рассматривается смешанный портфель, содержащий n различных активов и фьючерсные контракты на них. При этом используются следующие обозначения: Q_{si} – число единиц базового актива номера i, k_i – число фьючерсных контрактов на i-й актив $(i = 1, 2, ..., n)$ с учетом знака. Таким образом, портфель определяется набором целых чисел

$$\left(Q_{s1}, Q_{s2}, ..., Q_{sn}, k_1, k_2, ..., k_n\right).$$

Знак целого k_i определяет позицию по контракту: положительное целое означает длинную позицию, отрицательное – короткую, модуль определяет число открытых позиций. То же самое замечание справедливо и для Q_{si}, однако для определенности в дальнейшем, считается, что по базовым активам портфель содержит только длинные позиции.

Далее, пусть $S_i(t)$ и $F_i(t)$ – цена спот и фьючерсная цена i-го актива (в денежном выражении) на момент времени t, q_{fi} – число единиц базового актива в одном фьючерсном контракте номера i. Тогда изменение стоимости портфеля за единицу времени представляется в виде [1, 4]

$$\nabla W(t) = \sum_{i=1}^{n} \nabla S_i(t) Q_{si} + \sum_{i=1}^{n} \nabla F_i(t) k_i q_{fi}, \tag{1}$$

где через $\nabla P(t)$, $\nabla S_i(t)$, $\nabla F_i(t)$ – обозначают изменения соответствующих величин за единицу времени. В векторных обозначениях формула (1) принимает вид

$$\nabla W(t) = (\nabla S(t), Q_s) + (\nabla F(t), Q_f),$$

где $\nabla S(t)$, $\nabla F(t)$, Q_s, Q_f – векторы с компонентами $\nabla S_i(t)$, $\nabla F_i(t)$, Q_{si} и $Q_{fi} = k_i q_{fi}$ соответственно. Для заданного момента времени t цены на следующий момент времени рассматриваются как условные случайные величины при условии, что история цен известна вплоть до рассматриваемого момента. Все характеристики изменений цен на следующий момент времени рассматриваются как условные. Например, ожидаемое значение изменения цены актива $\nabla S(t+1)$ на момент $t+1$ рассматривается при условии, что история цен до момента t включительно известна. Так, определенное условное ожидаемое изменение интерпретируется как *прогноз* изменений цены на один шаг вперед, сделанный в текущий момент времени t. Точно так же дисперсия отклонений фактических изменений от прогноза определяется при условии, что информация по ценам доступна вплоть до текущего момента. По мере появления новых данных прогнозы изменений и их характеристики корректируются, то есть адаптируются к новым данным. То же самое замечание справедливо и для уровня корреляционной связи между изменениями цен различных активов – корреляция (соответственно ковариация) изменяется во времени, и эти изменения следует корректировать по мере поступления ценовых данных. Простые способы такой коррекции рассмотрены ниже.

В следующей теореме все рассматриваемые характеристики – ожидаемое значение, дисперсия и ковариация – относятся к текущему моменту времени t и трактуются как прогнозы на один шаг вперед в вышеприведенном смысле; при этом текущий момент времени t зафиксирован и явно не указывается.

Теорема [3]. Ожидаемое изменение стоимости портфеля и его дисперсия его изменения на данный момент времени t определяются равенствами

$$M(\nabla W) = (m_s, Q_s) + (m_f, Q_f), \tag{2}$$

$$D(\nabla W) = (C_{ss}Q_s, Q_s) + 2(C_{sf}Q_f, Q_s) + (C_{ff}Q_f, Q_f), \tag{3}$$

где $m_s = (m_{s1}, m_{s2}, \ldots, m_{sn})$, $m_f = (m_{f1}, m_{f2}, \ldots, m_{fn})$ – векторы ожидаемых изменений, полученные в текущий момент времени t на один шаг вперед; C_{ss}, C_{sf}, C_{ff} – оценки ковариационных матриц

$$\left\{Cov\left(\nabla S_i, \nabla S_j\right)\right\},\ \left\{Cov\left(\nabla S_i, \nabla F_j\right)\right\},\ \left\{Cov\left(\nabla F_i, \nabla F_j\right)\right\},$$

размера $n \times n$ на один шаг вперед, полученные в текущий момент времени.

ЭФФЕКТИВНЫЕ НЕОДНОРОДНЫЕ ПОРТФЕЛИ

Классическая задача оптимального страхования ставится следующим образом.

Задача 1. Портфель содержит акции известных компаний $A_1, A_2, ..., A_n$ в количествах $Q = \left(Q_{s1}, Q_{s2}, ..., Q_{sn}\right)$. Найти такие количества фьючерсных контрактов $k = \left(k_1, k_2, ..., k_n\right)$ по рассматриваемым акциям, что полученный портфель (Q, k) имел минимальную дисперсию изменений.

Решение этой задачи при наличии корреляции между изменениями цен активов приводится в [3]. Недостатком постановки является отсутствие ограничений на ожидаемый доход, тем самым не учитывается возможность получения дополнительных прибылей за счет использования срочных контрактов. Более общая задача определения эффективного с точки зрения страхования портфеля с учетом ожидаемого дохода ставится следующим образом.

Задача 2 (Портфель минимальной дисперсии при заданных ограничениях на ожидаемый доход). Найти минимум дисперсии

$$D(\nabla W) = (C_{ss}Q_s, Q_s) + 2(C_{sf}Q_f, Q_s) + (C_{ff}Q_f, Qf)$$

по вектору $k = \left(k_1, k_2, ..., k_n\right)$ при ограничениях:

$$Q_f = \left\{k_i q_{fi}\right\},\ i = 1, 2, ..., n,\ M\left(\nabla W\right) \geq m_g,\ m_g Q_s - \text{заданы},\ k_i - \text{целое}.$$

В общем случае задача эффективно решается специальными численными методами, один из таких методов реализован в EXCEL (надстройка «поиск решения»).

Отметим один частный случай, при котором решение этих задач можно представить в аналитическом виде. Рассмотрим портфель при $n = 1$, содержащий Q_s единиц определенного актива (длинная позиция) и k фьючерсных контрактов на этот актив, при этом каждый контракт содержит q_f единиц базового актива. В этом случае

$$M(\nabla W) = m_s Q_s + kq_f m_f, \tag{4}$$

$$D(\nabla W) = Q_s^2 D(\nabla S) + k^2 q_f^2 D(\nabla F) + 2kQ_s q_f Cov(\nabla S, \nabla F). \tag{5}$$

Выражение для дисперсии (5) представляет квадратный трехчлен относительно k, минимум которого достигается при

$$k_0 = -(\beta Q_s)/q_f, \quad \beta = Cov(\nabla S, \nabla F)/D(\nabla F). \tag{6}$$

Решение задачи 2 строится на основе решения задачи 1. Рассмотрим два случая: а) ожидаемый доход m_f положителен, то есть ожидается повышение фьючерсной цены; б) ожидаемый доход m_f отрицателен, то есть ожидается понижение фьючерсной цены. Отметим, что ввиду сильной положительной корреляции между изменениями спотовых и фьючерсных цен, ожидаемые доходы m_s и m_f, как правило, одного знака.

Случай *а.* В этом случае ограничение на ожидаемый доход эквивалентно условию $k_g \geq (m_g - m_s Q_s)/m_f q_f$. Откуда следует, что решение задачи 2 представляется в виде

$$k_{g0} = \max\{k_0, k_g\}, \; k_g = (m_g - m_s Q_s)/m_f q_f \tag{7}$$

где k_{g0} – решение задачи 2, k_0 – определяется формулами (6).

Случай б. В этом случае ограничение на ожидаемый доход эквивалентно условию $k_g \leq (m_g - m_s Q_s)/m_f q_f$. Решение задачи 2 имеет вид

$$k_{g0} = \min\{k_0, k_g\}, \; k_g = (m_g - m_s Q_s)/m_f q_f. \tag{8}$$

ДИНАМИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ ПОРТФЕЛЯ С УЧЕТОМ ОЖИДАЕМОГО ДОХОДА

Пусть t – текущий момент времени, текущий момент отождествляется с началом следующей торговой сессии или концом предыдущей. Состояние портфеля на момент t определяется целочисленными векторами

$$Q_s = \left(Q_{s1}, Q_{s2}, ..., Q_{sn}\right), \; k = \left(k_1, k_2, ..., k_n\right),$$

где Q_s – предполагается заданным, вектор $k = k(t)$ определяет состояние портфеля по фьючерсным контрактам на текущий момент времени. Задача заключается в определении вектора $k = k(t + 1)$ на следующий момент времени, то есть на конец торговой сессии. При этом предполагается, что на текущий момент времени известна вся информация о спотовых и фьючерсных ценах на рассматриваемый актив. Управление риском позиции отождествляется с определением количества фьючерсных контрактов на следующий момент $t + 1$ с использованием доступной текущей информации о ценах с целью уменьшения риска и получения (по возможности) дополнительного дохода.

Пусть α – доля допустимого уровня потерь от текущей стоимости портфеля $W(t)$; обычно допустимый уровень потерь выбирается из интервала 0,01–0,05. Для каждого задаваемого уровня дохода m_g обозначим через

$$\nabla W_g(t+1) = W_g(t+1) - W(t) = (\nabla S(t), Q_s) + (\nabla F(t), Q_s)$$

случайную величину, равную доходу эффективного портфеля (Q_s, k_g), который определяется как решение задачи 2. Вероятность потери $aW(t)$ денежных единиц на следующем шаге определяет риск портфеля $R(t,m_g)$, то есть риск определяется равенством

$$R(t,m_g)=P\{\nabla W_g(t+1)<\alpha W(t)\}=P_t\{(W_g(t+1)-W(t))/W(t)<-\alpha W(t)\},$$

индекс t означает, что рассматривается условная вероятность, при этом случайная величина $\nabla W_g(t+1)$ имеет ожидаемый доход не ниже m_g и минимальную дисперсию среди всех портфелей с ожидаемым доходом не ниже m_g. В дальнейшем предполагается, что случайная величина $\nabla W_g(t+1)$ имеет нормальное распределение или распределение Стьюдента. В этом случае нетрудно показать, что чем выше значение m_g, тем выше риск соответствующего эффективного портфеля, то есть функция риска $R(t, m_g)$ монотонно возрастает по m_g. Минимальное значение этой функции $R_{min}(t)$ соответствует отсутствию ограничения на ожидаемую доходность портфеля (задача 1) и легко оценивается в рассматриваемых предположениях.

Ниже рассматривается одна из возможных схем адаптивного управления с учетом вероятности потерь на каждом шаге (основная схема).

1. На текущий момент времени t оценить прогнозы доходов по активам и фьючерсным контрактам портфеля на следующий момент времени:

$$m_s=M_t\{\nabla S(t+1)\},\ m_f=M_t\{\nabla F(t+1)\}.$$

2. Оценить ковариационные матрицы C_{ss}, C_{sf} и C_{ff} на следующий момент времени $t+1$.

3. Определить ожидаемый доход m_g из условия, что вероятность потери доли α от стоимости портфеля в текущий момент не выше заданной вероятности γ:

$$R(t,m_g)=P\{\nabla W_g(t+1)<\alpha W(t)\}\le\gamma,$$

где γ – достаточно малое число, выбираемое инвестором. Уровень допустимой вероятности γ должен быть не ниже $R_{min}(t)$ – минимального значения функции риска, определенное выше. Оптимальное число фьючерсных контрактов на шаге t полагается равным k_{g0}, где k_{g0} – решение задачи 2 для определенного таким образом m_g.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

Адаптивное управление риском предполагает коррекцию прогнозов ожидаемого значения и стандартного отклонения на один шаг вперед. Ниже приводится простая модель случайного процесса, учитывающая неоднородность временного ряда как по уровню, так и по дисперсии, основанная на экспоненциальном сглаживании [5, 6].

Экспоненциальное среднее временного ряда $x(t)$ можно определить равенством

$$E(t)=\alpha x(t)+\alpha\beta x(t-1)+\alpha\beta^2x(t-1)+\alpha\beta^3x(t-1)+\cdots.$$

Здесь $E(t)$ – значение экспоненциальной средней в момент времени t, α – параметр сглаживания, $0<\alpha<1$, $\beta=1-\alpha$. В этой формуле предполагается, что исходный временной ряд определен для всех моментов времени, предшествующих текущему моменту t. При этом веса $\omega_i=\alpha\beta^i$ экспоненциально спадают до нуля, и их сумма равна единице. Экспоненциальное среднее можно также определить рекуррентно, согласно формуле

$$E(t)=\alpha x(t)+\beta E(t-1),\ \ \beta=1-\alpha. \tag{9}$$

В техническом анализе вместо вещественного параметра α используется временное окно w – целочисленный параметр, определяемый из равенства $\alpha=2/(w+1)$. В дальнейшем экспоненциальное среднее временного ряда x в момент времени t с окном w обозначается через $E(t;\ w,x)$. В этом обозначении часть аргументов может отсутствовать, если это не вызывает недоразумений. Экспоненциальное сглаживание предполагает задание начальной оценки $E(0)$, то есть оценки экспоненциальной средней на нулевой момент времени. Обычно в качестве такой оценки используют среднее арифметическое первых w значений временного ряда.

Пусть $p(t)$ – цена актива на момент времени t, $r(t) = \nabla p(t)$ изменение цены актива, $x(t)=r(t)-M\{r(t)\}$ – отклонения от среднего уровня изменений. В рамках $ARCH(p)$-модели эволюция последовательности $x(t)$ определяется уравнениями [6, 7]

$$x(t)=\sigma(t)\varepsilon(t),\ \sigma(t)^2=a_0+a_1x(t-1)^2+...+a_px(t-p)^2,\ a_i>0,\ \ i=0,1,...,p,$$

где $\varepsilon(t)$ – последовательность независимых нормально распределенных величин с нулевым средним и единичной дисперсией, то есть $M\{\varepsilon(t)\}=0,\ \ D\{\varepsilon(t)\}=1.$

Сложность оценки параметров в $ARCH$-модели приводит к поиску более простых процедур оценивания за счет ее упрощения без существенной потери ее достоинств. Одно из таких упрощений заключается в следующем. Будем считать, что дисперсия значения временного ряда $x(t)$ в текущий момент времени является взвешенной суммой квадратов предшествующих значений временного ряда с неотрицательными весами, в сумме дающих единицу, то есть

$$\sigma(t)^2=a_0+\sum_{k=1}^{+\infty}\omega_k x(t-k),\ \ \omega_k>0,\quad \sum_{k=1}^{+\infty}\omega_k=1.$$

Если $\omega_k=\alpha(1-\alpha)$, то условная дисперсия представится в виде скользящего среднего с точностью до постоянной. Кроме того, предполагается, что средний уровень $r(t)$ определяется экспоненциальным сглаживанием. В результате получаем упрощенную $ARCH$-модель

$$x(t)=r(t)-E(t;w_1,r),\ x(t)=\sigma(t)\varepsilon(t),\ \sigma(t)^2=a_0+E(t-1;w_2,x^2), \tag{10}$$

где w_1, w_2 – параметры модели. При этом предполагается, что процесс $x(t)$ имеет нулевое среднее для всех t, остатки $\varepsilon(t)$ образуют белый шум с единичной дисперсией.

Прогнозы доходности и стандартного отклонения прогнозов на один шаг вперед, сделанные в момент времени t, определяются как условные математические ожидания и стандартные отклонения случайной величины $r(t+1)$ при условии, что вся предыдущая история цен известна. Можно показать, что прогнозы и их стандартные отклонения в рамках рассматриваемой модели определяются равенствами

$$r_f(t+1)=E(t;w_1,r),\ \sigma_f(t+1)=E(t;w_2,x^2). \tag{11}$$

Ниже приводится схема оценки параметров модели по эмпирическим данным $p(t), 1\le t\le T$ на основе максимума правдоподобия при условии нормальности остатков. Пусть параметры w_1, w_2 заданы.

1. Вычислить отклонения $x(t) = r(t) - E(t; w_1, r),\ 2 \le t \le T$.

2. Вычислить квадраты отклонений $x^2(t)$ и построить ряд $\sigma(t)^2 = E(t-1; w_2, x^2)$.

3. Определить остатки $\varepsilon(t) = x(t)/\sigma(t)$, остатки зависят от выбранных значений окон сглаживания.

Параметры w_1, w_2 оцениваются из условия максимума функции правдоподобия, которая в силу предположения нормальности имеет вид

$$L\left(\varepsilon(3), \varepsilon(4), ..., \varepsilon(T); a_0, w_1, w_2\right) = \prod_{t=3}^{T} \exp\left(\varepsilon(t)^2 / 2\right).$$

Максимизация функции правдоподобия эквивалентна минимизации ее минус логарифма, что приводит к минимизации суммы квадратов остатков по параметрам a_0, w_1, w_2.

Для проверки адекватности модели временному ряду с выбранным уровнем доверия проверяются гипотезы, лежащие в основе модели. В нашем случае это проверка гипотез о независимости остатков, равенстве нулю и единице их среднего значения и дисперсии соответственно. Далее, если остатки с выбранным уровнем доверия близки к нормальному распределению, то доля значений $r(t+1)$, лежащих в коридоре $[r_f(t+1) - 2\sigma_f(t+1), r_f(t+1) - 2\sigma_f(t+1)]$, должна быть не ниже 95 %.

В модели (10) можно предположить, что остатки имеют распределение Стьюдента. Плотность распределения остатков в этом случае равна

$$f(\varepsilon) = C_n(1 + \varepsilon^2/(n-2))^{-(n+1)}/2,\quad C_n = \Gamma((n+1)/2)/(\Gamma(n/2)\sqrt{\pi(n-2)}).$$

Функция правдоподобия имеет вид

$$L\left(\varepsilon(3), \varepsilon(4), ..., \varepsilon(T); a_0, w_1, w_2\right) = \prod_{t=3}^{T} C_n \left(1 + \varepsilon(t)^2 / (n-2)\right)^{-(n+1)/2}.$$

Для получения оценок параметров модели необходимо минимизировать минус логарифм функции правдоподобия, которая в рассматриваемом случае имеет вид

$$-\ln L\left(\varepsilon(3), \varepsilon(4), ..., \varepsilon(T); a_0, w_1, w_2\right) = -(T-3)\ln C_n + \frac{(n+1)}{2} \sum_{t=3}^{n} \ln\left(1 + \varepsilon(t)^2 / (n-2)\right). \qquad (12)$$

В случае когда параметры модели оцениваются вместе с числом степеней свободы, минимум функции (12) ищется по всем параметрам a_0, w_1, w_2, n. Если считать число степеней свободы известным, то достаточно минимизировать второе слагаемое суммы (12). Отметим, что число степеней свободы обычно выбирается из диапазона 3–6.

ПРИМЕР АДАПТИВНОГО СТРАХОВАНИЯ

Для сравнения различных схем страхования использовались ежедневные данные по спотовым и фьючерсным ценам акций ОАО «Газпром» на интервале 11.01.12–19.02.12 (данные получены с сайта http://www.finam.ru/analysis/export/default/asp). Исходная позиция содержит 1000 акций (Q_s =1000) Газпрома. На рис. 1 сплошной линией (ряд 1) показан результат изменения стоимости портфеля (Q_s =1000, k) при условии, что число фьючерсных контрактов на каждом шаге t определялось по формуле (6).

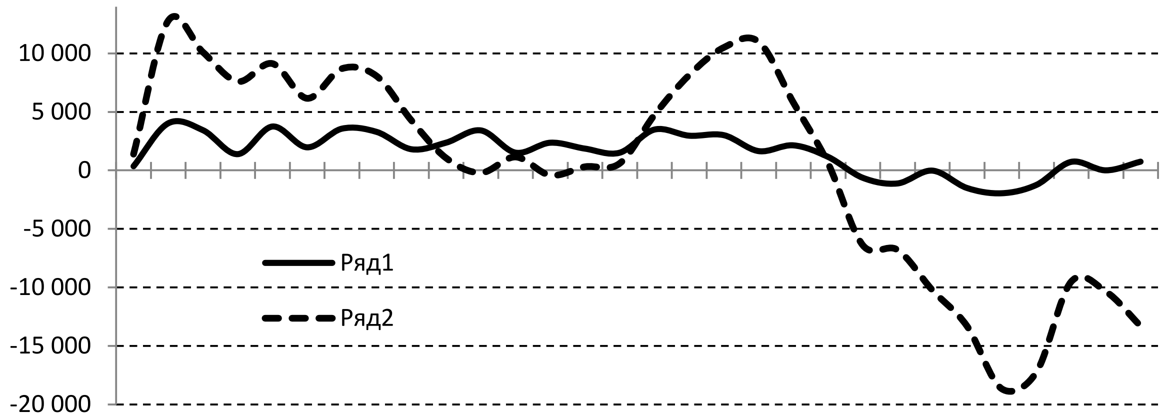

Рис. 1. Динамика изменений стоимости при динамическом страховании без ограничений на ожидаемый доход (ряд 1) и незастрахованной позиции (ряд 2)
Fig. 1. Dynamical hedging price variation for unrestricted expected return (line 1) and for no hedging position (line 2)

Штриховая линия (ряд 2) представляет незастрахованную позицию, то есть изменение стоимости 1000 акций. Из графика видно, что не застрахованной позиция к моменту t = 19.02.12 приведет к потере около 13000 руб. Динамическое страхование на основе формулы (6) приводит к потерям за весь период страхования не превосходящим 2000 руб.; при этом к концу рассматриваемого интервала доход составит около 800 руб. Из сравнения этих графиков видно, что динамическое страхование эффективно снижает риск больших потерь, но не дает существенного дохода.

На рис. 2 представлены динамика изменений стоимости позиции при динамическом страховании двумя различными способами. При первом способе (схема 1) страхования число контрактов на каждом шаге определялось из условия, что ожидаемый доход застрахованной позиции не ниже 1000 руб., то есть на каждом шаге оптимальное число фьючерсных контрактов определяется как решение задачи 2 при m_g = 1000 руб.

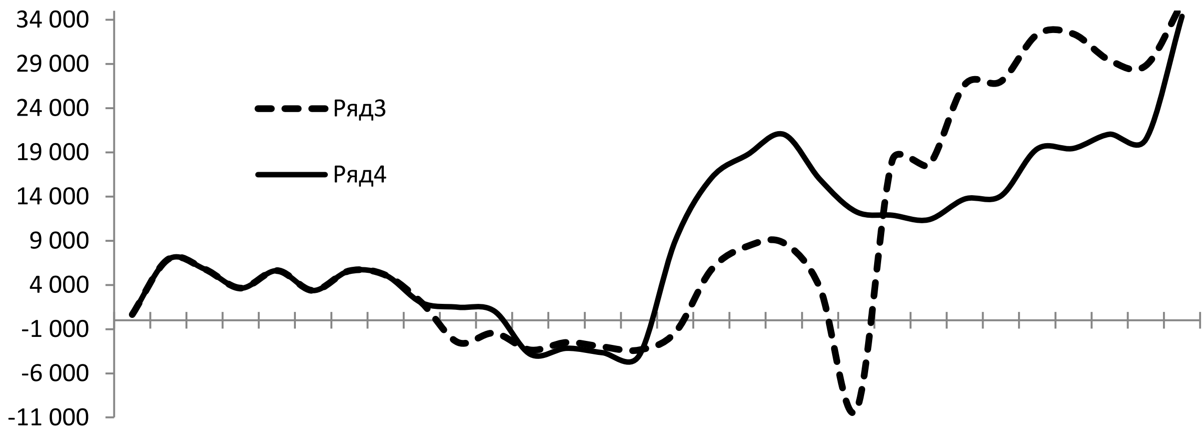

Рис. 2. Динамика изменений стоимости позиции при динамическом страховании согласно схеме 1 (ряд 3) и схеме 2 (ряд 4)
Fig. 2. Dynamical hedging price variation for scheme 1 (line 3) and scheme 3 (line 4)

Результат такого способа управления риском представлен прерывистой линией (ряд 3). Как видно, к концу рассматриваемого периода страхование по такой схеме приведет к дополнительному доходу в размере 35860 руб. Однако в отдельные моменты потери достигают 11000 руб. Второй способ (схема 2) предполагает задание ожидаемого дохода исходя из условия: ожидаемый доход приводит к вероятности потери 5 % текущей стоимости позиции не выше 0,1. Динамика изменений стоимости позиции при такой схеме страхования представлена сплошной линией (ряд 4). Как видно из рис. 2 вторая схема страхования практически дает такой же выигрыш, как и первая, но при этом не наблюдается таких провалов в доходе, как в предыдущем случае. Иначе говоря, управление риском по схеме 2 дает более устойчивые результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Халл Дж.К. Опционы, фьючерсы и другие финансовые инструменты. М.: Вильямс, 2010. 1051 с.

2. Буренин А.М. Хеджирование фьючерсными контрактами фондовой биржи РТС. М.: НТО им. С.И. Вавилова, 2008. 264 с.

3. Керимов А.К. Страхование инвестиционного портфеля срочными контрактами // Вестник РУДН. 2014. № 3. С. 109–116.

4. Керимов А.К. Финансовые фьючерсные контракты. М.: Финансовый Университет, 2013. 80 с.

5. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. М.: Статистика, 1981. 251 с.

6. Мельников А.В., Попова Н.В., Скорнякова В.С. Математические методы финансового анализа. М.: Анкил, 2006. 440 с.

7. Engle R.F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. Econometrica, 1982, vol. 5, no. 4, pp. 9872–1007.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Керимов Александр Керимович, доцент кафедры экономико-математического моделирования РУДН, keram@bk.ru.

Касимов Юрий Федорович, доцент кафедры прикладной математики Финансового университета при Правительстве РФ, y.f.kasimov@mail.ru.

RISK MANAGEMENT OF INVESTMENT PORTFOLIO BY FUTURE

Alexandr K. Kerimov[1], Yury F. Kasimov[2]

[1]People's Friendship University of Russia, Moscow, Russia

[2]Financial University under the Government of Russian Federation, Moscow, Russia

ABSTRACT

The article considers the problem of the dynamic risk management of the investment portfolio using future contracts. The management starts with the concept of effective inhomogeneous portfolios, which contain futures together with underlying asserts. The effective portfolios are defined as the ones of the minimal dispersion with the expected return greater or equal to the specified value. Risk is measured by the probability of losing of a certain part of the portfolio value. The control parameters are the number of futures for each asset of portfolio, which is defined from the condition of effectiveness of portfolio and risk acceptability on each step.

The effective adaptive strategies of portfolio risk management together with comparative analysis on a concrete example are presented. The proposed approach provides the forecast correction of the expected income and its variance for the assets with the emergence of new data. The financial time series are determined by volatility clustering, i.e. relative or absolute price changes tend to keep high or low magnitude for some time, with the result that clusters are created – periods of high or low volatility. Then adaptive estimate of correlational relationships between asset prices are essential because the degree of correlational relationship also changes in time. So the correlation of future and spot price changes considerably increases while approaching to performance of contracts. For taking into account of data instability of dispersion and correlation simple methods of volatility forecasting and correlation of relative changes of price data based on exponential smoothing are implemented.

Key words: volatility, futures contracts, effective inhomogeneous portfolios, risk management, exponential smoothing.

REFERENCES

1. Hull G.K. *Optsiony, fiyuchersy u instrumenty* [Option, futures and other derivatives]. Moscow, Williams, 2010, 1051 p.

2. Burenin A.M. *Khedzhirovaniye f'yuchersnym kontraktami fondovoy birzhi RTS* [Future contracts hedging of RTS stock exchange]. Moscow, NTO im. S.I. Vavilova, 2008. 264 p. (in Russian)

3. Kerimov A.K. *Strakhovaniye investitsionnogo portfelya srochnymi kontraktami* [Mean-variance future hedging for security portfolio], Proceedings of RUDN, 2014. No 3. pp. 109–116. (in Russian)

4. Kerimov A.K. *Finansovyye f'yuchersnyye kontrakty* [Financial future contracts]. Moscow, Financial University, 2013, 80 p. (in Russian)

5. Lukashin Y.P. *Adaptivnyye metody kratkosrochnogo prognozirovaniya* [Adaptive methods of short-term forecasting]. Moscow, Statistics, 1981, 251 p. (in Russian)

6. Melnikov A.V., Popova N.V., Skornjakova V.S. *Matematicheskiye metody finansovogo analiza* [Mathematical methods of financial analysis]. Moscow, Ankil, 2006, 440 p. (in Russian)

7. Engle R.F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. Econometric. 1982, vol. 5, no. 4, pp. 987–1007.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Alexandr K. Kerimov, Associate Professor of Mathematical Economic Modeling Department of People's Friendship University of Russia (RUDN University), keram@bk.ru.

Yury F. Kasimov, Associate Professor of Chair of Data Analysis, Decision Making Theory and Financial Technology of Financial University under the Government of the Russian Federation, y.f.kasimov@mail.ru.